

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
СТЕПАНА ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.Літнарівч

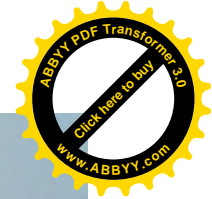
КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

ЗАЛЕЖНІСТЬ РОСТУ ДІТЕЙ ВІД ВІКУ

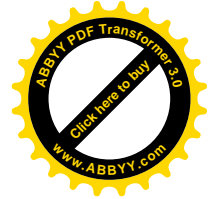
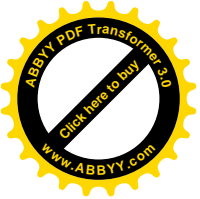
ЧАСТИНА 8



Рівне, 2010



*Літнарівч Руслан Миколайович
кандидат технічних наук, доцент*



УДК 378.147.31

Літнарівч Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Залежність росту дітей від віку. Частина 8. МЕНУ, Рівне, 2010,- 84 с.

Рецензент: С.В.Лісова, доктор педагогічних наук, професор

Відповідальний за випуск:Й.В.Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

На основі фактичних даних залежності росту дитини від її віку встановлюються емпіричні формули, які дають змогу визначати нормальний розвиток дитини, або відхилення від нормального розвитку у даному конкретному регіоні.

Аналогічні дослідження бажано провести для кожного дитячого навчального закладу з тим, щоб прогнозувати і корегувати нормальний розвиток дітей.

На основе фактических данных зависимости роста ребенка от его возраста устанавливаются эмпирические формулы, которые дают возможность определять нормальное развитие ребенка, или отклонение от нормального развития в данном конкретном регионе.

Аналогичные исследования желательно провести для каждого детского учебного заведения с тем, чтобы прогнозировать и корректировать нормальное развитие детей.

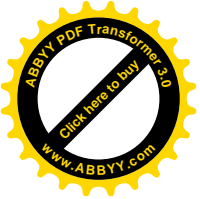
On the basis of fact sheets of dependence of growth of child from its age empiric formulas which enable are set to determine normal development of child, or rejection from normal development in this concrete region.

It is desirable to conduct analogical researches for each child's educational establishment in order to forecast and correct normal development of children.

© Літнарівч Р.М.

Зміст

Передмова	5
РОЗДІЛ 1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі залежності росту дитини від віку	
1.1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації.....	6
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	10
РОЗДІЛ 2. Встановлення емпіричних формул за результатами експериментальних даних	
2.1. Побудова математичної моделі залежності росту дітей X від віку Y (пряма задача).....	13
2.2. Контрольні розрахунки для ранжированого ряду.....	19
Висновки.....	22
РОЗДІЛ 3. Дослідження оберненої задачі	
3.1. Побудова математичної моделі залежності росту дітей Y від віку X (обернена задача).....	23
Висновки.....	26
3.2. Апроксимація поліномом другого степеня.....	27
Висновки.....	44
РОЗДІЛ 4. Побудова і дослідження імітаційної моделі	
4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	45
4.2. .Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	57
4.3. Висновки	71
Заключення.....	72
Літературні джерела.....	73
Додатки.....	76



ПЕРЕДМОВА

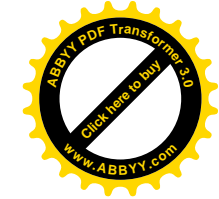
На основі фактичних даних залежності росту дитини від її віку встановлюються емпіричні формули, які дають змогу визначати нормальний розвиток дитини, або відхилення від нормального розвитку у даному конкретному регіоні [1].

Аналогічні дослідження бажано провести для кожного дитячого навчального закладу з тим, щоб прогнозувати і корегувати нормальний розвиток дітей.

На основі даних антропометричних досліджень дитячого дошкільного навчального закладу «Барвінок» Рівненської області Рокитнівського району с. Карпилівки, проведених Єрмейчук Валентиною Василівною, студенткою групи ППН81, проведені математичні дослідження і побудовані відповідні математичні моделі, на основі яких появляється можливість встановлювати нормальний розвиток конкретної дитини для даного регіону, прогнозувати цей розвиток і, при необхідності, корегувати його.

Аналогічні дослідження необхідно виконувати в кожному дитячому навчальному закладі і, навіть, середній школі з тим, щоб на науковій основі рости майбутнє покоління.

Робота буде корисною для студентів і аспірантів педагогічних вузів, магістрантів факультету Кібернетики МЕНУ, які вивчають курс Педагогіки вищої школи, для вчителів і педагогів, медичних працівників.



РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі залежності росту дитини від віку

1.1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації

Слово «онтодидактика» означає наставляння («дидактика») по суті («онто»). Суть же онтодидактичних прийомів в тому, що знаходяться більш прості або більш короткі методи подачі вже усталеного теоретичного матеріалу.

Знаходження цих нових методів процес не простий і потребує постійної «налаштованості» на бажання покращити, вдосконалити подачу матеріалу.

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL [17,-с.5].

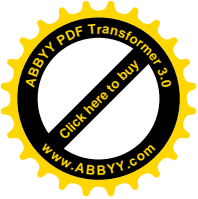
1. Знаходиться матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

$$N = X X^T, \quad (1.1.1)$$

$m \times m$ $m \times n$ $n \times m$

де X^T - транспонована матриця коефіцієнтів початкових умовних рівнянь X .

2. Визначається обернена матриця Q



$$\dots \quad Q = N^{-1} \quad (1.1.2)$$

3. Обчислюється вектор вільних членів **b**

$$\dots \quad b = Y X^T \quad (1.1.3)$$

4. Вичисляється вектор невідомих **a**

$$a = b Q \quad (1.1.4)$$

5. Виконується контроль обчислень

$$b = a N \quad (1.1.5)$$

6. Знаходиться вектор зрівноважених значень **Y'**

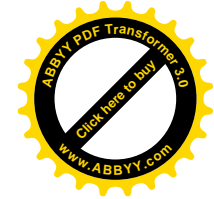
$$Y' = a X \quad (1.1.6)$$

7. Обчислюється середня квадратична похибка (стандарт) одиниці ваги μ (мю)

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_i V_i}{n - m - 1}} \quad (1.1.7)$$

де

$$V = Y' - Y \quad (1.1.8)$$



8. Знаходяться обернені ваги коефіцієнтів a_i апроксимуючого поліному, як діагональні елементи оберненої матриці **Q**

$$\frac{1}{P_{aj}} = Q_{jj} \quad , \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m) \quad (1.1.9)$$

9. Їх стандарти (середні квадратичні похибки)

$$\sigma_{ai} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{ai}}} \quad (1.1.10)$$

де $\sigma_0 = \mu$

10. Знаходиться допоміжна матриця **Q'**

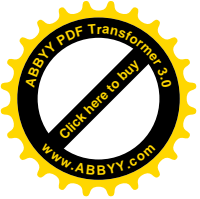
$$\dots \dots \dots \quad Q' = Q X \quad (1.1.11)$$

11. Обчислюється обернена вага функції зрівноважених величин як добуток двох векторів построчно

$$\dots \dots \dots \quad \frac{1}{P_{y'}} = X' Q' \quad (1.1.12)$$

12. Розраховуються стандарти зрівноваженої функції

$$\dots \dots \dots \quad \sigma_{y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{y'}}} \quad (1.1.13)$$



13. Контрольна формула при апроксимації поліномом першого степеня

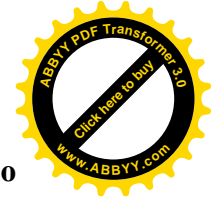
$$Y = a + bX \quad (1.1.14)$$

буде

$$m_{\varphi} = \sqrt{m_b^2 \left[X_{сн.} - \frac{1}{n} \sum X \right]^2 + \mu^2 / n.} \quad (1.1.15)$$

14. Крім того, ми апробуємо розроблену нами [15,- с.69] формулу оцінки точності зрівноваженої функції, яка для випадку апроксимації поліномом першого степеня набуде вигляду

$$m_{\varphi} = m_Y = \sqrt{m_a^2 (X)^2 + m_b^2 (X_0)^2 + 2\mu^2 Q_{12} X.} \quad (1.1.16)$$



1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

ДАНІ АНТРОПОМЕТРИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ:

ДИТЯЧИЙ САДОК «БАРВІНОК»

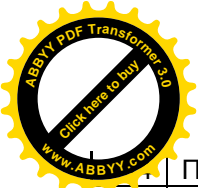
Рівненська обл., Рокитнівський район, с.Карпилівка

(проведені Єрмейчук Валентиною Василівною

гр.ППІН81 16.12.2009)

Таблиця 1. Дані антропометричних досліджень

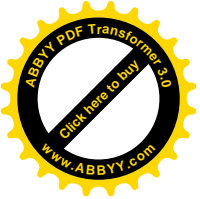
№ п/п	ПІП дитини	Вік (років) У	Довжина тіла(м)	Маса тіла(кг)
1	Антикало Дарина Андріївна	5,3333	1,11	19
2	Антикало Андрій Валерійович	4,6666	1,13	21
3	Бричка Владислав Петрович	5,3333	1,12	18,5
4	Бричка Віталій Іванович	5,3333	1,07	18
5	Бричка Вадим Миколайович	5,0833	1,07	20
6	Делейчук Валентин Михайлович	5,25	1,08	20
7	Захарченко Василь Владиславович	5,6666	1,03	17
8	Козаченко Авраам Федорович	5,1666	1,04	17,5
9	Костюк Яна Леонідівна	5,4166	1,1	18
10	Костогриз Марія Федорівна	5,25	1,05	17,5
11	Кляпко Богдан Юрійович	5,6666	1,15	17
12	Лук'янчук Олексій Федорович	4,5	1,12	18
13	Нестерчук Настя Володимирівна	5,08333	1,03	18



7	Пахнюк Данік Петрович	4,5	1,1	18
15	Трохимчук Катерина Василівна	5	1,15	17,3
16	Чубик Галина Іванівна	5,25	1,05	17
17	Чубик Аня Сергіївна	4	1,06	16,8
18	Шинкар Олександр Сергійович	4,5	1,1	17
19	Шупрудько Олександр Олександрович	5,9166	1,15	22
20	Осипчук Василь Русланович	5,1666	1,22	25,5
21	Бричка Владислав Вікторович	5,5	1,15	18
22	Бричка Вадим Русланович	6	1,1	18
23	Нестерчук Дмитро Вікторович	5,9166	1,09	19,5
24	Кисорець Аліна Вікторівна	5	1,13	19
25	Лук'янчук Вікторія Вікторівна	5,25	1,11	17,5
26	Лук'янчук Іван Богданович	5,4166	1,07	17,5
27	Боюка Петро Юрійович	5,5	1,11	19
28	Бричка Давид Володимирович	5,25	1,14	21
29	Нестерчук Анна Валентинівна	6	1,16	18
30	Лук'янчук Юлія Федорівна	5	1,02	16
31	Сорока Катерина Богданівна	4	1,04	18
32	Кутасевич Аліна Романівна	4,1666	1,08	18
33	Бричка Гнат Вікторович	5	1,05	18,5
34	Мартинюк Володимир Володимирович	5,4166	1,09	19,5
35	Мартинюк Василь Михайлович	5,5833	1,14	19
36	Мартинюк Олександр Михайлович	4,5833	1,04	19,5
37	Козаченко Альона Степанівна	5,1666	1,05	17,5
38	Чубик Іван Анатолійович	5,0833	1,16	22,5
39	Осипчук Катерина Василівна	5,6666	1,12	18,4
40	Бричка Юлія Іванівна	5,5	1,04	17,8
41	Мартинюк Назар Станіславович	6	1,2	22,2
42	Козаченко Андрій Богданович	5	1,14	19,5
43	Антикало Катерина Валентинівна	3,25	1,02	18
44	Бричка Валентина Михайлівна	3,5833	1	15,8
45	Бричка Ольга Вікторівна	3,75	1,08	14,4
46	Гончар Дарина Іванівна	3,4166	1,1	15,2
47	Григорчук Юлія Іванівна	3,75	0,97	13,5



48	Григорчук Лілія Адамівна	3,3333	1,02	
49	Дракус Вікторія Анатоліївна	4,3333	1,04	15,6
50	Ковалевич Юлія Олександрівна	3,3333	0,99	14
51	Лук'янчук Микита Богданович	4,4166	1,04	16
52	Лук'янчук Наталія Федорівна	3,0833	0,95	14,5
53	Мартинюк Ольга Юріївна	4,0833	1,06	16,7
54	Мисюкевич Оксана Володимирівна	3,6666	1,04	15,5
55	Сорока Наталія Володимирівна	4	1,04	16,7
56	Сорока Катерина Юріївна	3,5833	1,02	15,8
57	Чебанова Аня Миколаївна	3,9166	1,06	13,5
58	Антикало Аня Володимирівна	3,5	1,07	13,9
59	Делейчук Вадим Федорович	4,25	1,13	14,9
60	Ковалець Юлія Станіславівна	4	0,96	13,4
61	Антикало Віка Михайлівна	2,4166	0,95	15,2
62	Бричка Олександр Степанович	2,75	0,97	15,5
63	Боюка Андрій Іванович	2,0833	0,88	12
64	Григорчук Дмитро Володимирович	2,5	0,98	15,2
65	Григорчук Роман Валерійович	2,6666	0,98	16,4
66	Кулик Аліна Петрівна	2,9166	0,95	13,7
67	Козаченко Артем Васильович	2	0,88	12
68	Прокопчук Аня Богданівна	2,75	0,94	14,5
69	Примак Дмитро Олександрович	2,8333	1,03	17,5
70	Примак Діана Олександрівна	2,8333	0,94	13,5
71	Сорока Вадим Трохимович	2,5	0,91	13,5
	$\Sigma =$	313,58143		1217,7
		Y		X

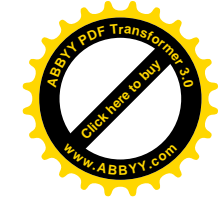


РОЗДІЛ 2. Встановлення емпіричних формул за результатами експериментальних даних

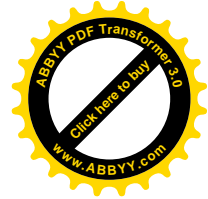
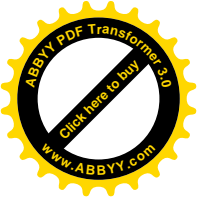
2.1. Побудова математичної моделі залежності росту дітей X від віку Y (пряма задача)

Таблиця 2. Обчислювальна таблиця

№	X0	X^2	Y*X	Y^2
1	1	1,2321	5,919963	28,44409
2	1	1,2769	5,273258	21,77716
3	1	1,2544	5,973296	28,44409
4	1	1,1449	5,706631	28,44409
5	1	1,1449	5,439131	25,83994
6	1	1,1664	5,67	27,5625
7	1	1,0609	5,836598	32,11036
8	1	1,0816	5,373264	26,69376
9	1	1,21	5,95826	29,33956
10	1	1,1025	5,5125	27,5625
11	1	1,3225	6,51659	32,11036
12	1	1,2544	5,04	20,25
13	1	1,0609	5,2358299	25,84024
14	1	1,21	4,95	20,25
15	1	1,3225	5,75	25
16	1	1,1025	5,5125	27,5625
17	1	1,1236	4,24	16
18	1	1,21	4,95	20,25
19	1	1,3225	6,80409	35,00616
20	1	1,4884	6,303252	26,69376
21	1	1,3225	6,325	30,25
22	1	1,21	6,6	36
23	1	1,1881	6,449094	35,00616
24	1	1,2769	5,65	25



25	1	1,2321	5,8275	27,5625
26	1	1,1449	5,795762	29,33956
27	1	1,2321	6,105	30,25
28	1	1,2996	5,985	27,5625
29	1	1,3456	6,96	36
30	1	1,0404	5,1	25
31	1	1,0816	4,16	16
32	1	1,1664	4,499928	17,36056
33	1	1,1025	5,25	25
34	1	1,1881	5,904094	29,33956
35	1	1,2996	6,364962	31,17324
36	1	1,0816	4,766632	21,00664
37	1	1,1025	5,42493	26,69376
38	1	1,3456	5,896628	25,83994
39	1	1,2544	6,346592	32,11036
40	1	1,0816	5,72	30,25
41	1	1,44	7,2	36
42	1	1,2996	5,7	25
43	1	1,0404	3,315	10,5625
44	1	1	3,5833	12,84004
45	1	1,1664	4,05	14,0625
46	1	1,21	3,75826	11,67316
47	1	0,9409	3,6375	14,0625
48	1	1,0404	3,399966	11,11089
49	1	1,0816	4,506632	18,77749
50	1	0,9801	3,299967	11,11089
51	1	1,0816	4,593264	19,50636
52	1	0,9025	2,929135	9,506739
53	1	1,1236	4,328298	16,67334
54	1	1,0816	3,813264	13,44396
55	1	1,0816	4,16	16
56	1	1,0404	3,654966	12,84004
57	1	1,1236	4,151596	15,33976
58	1	1,1449	3,745	12,25
59	1	1,2769	4,8025	18,0625
60	1	0,9216	3,84	16



61	1	0,9025	2,29577	5,839956
62	1	0,9409	2,6675	7,5625
63	1	0,7744	1,833304	4,340139
64	1	0,9604	2,45	6,25
65	1	0,9604	2,613268	7,110756
66	1	0,9025	2,77077	8,506556
67	1	0,7744	1,76	4
67	1	0,8836	2,585	7,5625
69	1	1,0609	2,918299	8,027589
70	1	0,8836	2,663302	8,027589
71	1	0,8281	2,275	6,25
Σ	71	79,9374	336,39715	1470,226

Пряма задача

Система нормальних рівнянь

$b[X^2] +$	$a[X] - [YX] = 0$
$b[X] +$	$na - [Y] = 0$

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

79,9374	75,16
75,16	71

Вектор вільних членів

336,3971
313,5814

Обернена матриця Q

2,676236	-2,8330406
-2,83304	3,0131173

Шукані коефіцієнти a і b

a=	11,889162
b=	-8,1691262

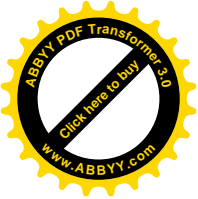
Контрольне визначення функцією "ЛИНЕЙН"

106	a	b	Fтабл=	3,129644
107	11,88916	-8,169126	a	b
108	1,121569	1,190069	m(a)	m(b)
109	0,619562	0,685589	R^2	μ
110	112,37	69	Fкритерій	n-m-1
111	52,81753	32,43224	(Y'-Ycp)^2	[VV]
112	10,60047	6,864417	t(0,05;69)=	1,994945
113	t(a)	t(b)		
	F	G	H	I

За результатами досліджень нами отримана формула

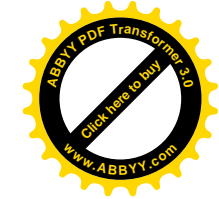
$$Y = 0,9132979 - 11,88916X - 8,1691262 \quad (2.1.1)$$

де Y-вік(роки); X-ріст(м)

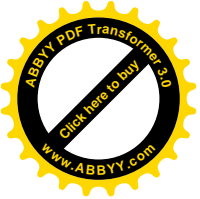


Таблиця 3.Результати зрівноваження

№	Y'зрівнов.	V=Y'-Y	V^2
1	5,027843	-0,30546	0,093304
2	5,265626	0,599026	0,358833
3	5,146735	-0,18657	0,034807
4	4,552277	-0,78102	0,609997
5	4,552277	-0,53102	0,281986
6	4,671168	-0,57883	0,335046
7	4,07671	-1,58989	2,527749
8	4,195602	-0,971	0,942837
9	4,908952	-0,50765	0,257707
10	4,314494	-0,93551	0,875172
11	5,50341	-0,16319	0,026631
12	5,146735	0,646735	0,418266
13	4,07671	-1,00662	1,013283
14	4,908952	0,408952	0,167241
15	5,50341	0,50341	0,253421
16	4,314494	-0,93551	0,875172
17	4,433385	0,433385	0,187823
18	4,908952	0,408952	0,167241
19	5,50341	-0,41319	0,170726
20	6,335651	1,169051	1,36668
21	5,50341	0,00341	1,16E-05
22	4,908952	-1,09105	1,190387
23	4,79006	-1,12654	1,269092
24	5,265626	0,265626	0,070557
25	5,027843	-0,22216	0,049354
26	4,552277	-0,86432	0,747055
27	5,027843	-0,47216	0,222932
28	5,384518	0,134518	0,018095
29	5,622301	-0,3777	0,142656
30	3,957819	-1,04218	1,086142
31	4,195602	0,195602	0,03826
32	4,671168	0,504568	0,254589



33	4,314494	-0,68551	0,469919
34	4,79006	-0,62654	0,392552
35	5,384518	-0,19878	0,039514
36	4,195602	-0,3877	0,15031
37	4,314494	-0,85211	0,726085
38	5,622301	0,539001	0,290522
39	5,146735	-0,51987	0,27026
40	4,195602	-1,3044	1,701454
41	6,097868	0,097868	0,009578
42	5,384518	0,384518	0,147854
43	3,957819	0,707819	0,501007
44	3,720035	0,136735	0,018697
45	4,671168	0,921168	0,848551
46	4,908952	1,492352	2,227113
47	3,363361	-0,38664	0,14949
48	3,957819	0,624519	0,390024
49	4,195602	-0,1377	0,018961
50	3,601144	0,267844	0,07174
51	4,195602	-0,221	0,04884
52	3,125577	0,042277	0,001787
53	4,433385	0,350085	0,12256
54	4,195602	0,529002	0,279843
55	4,195602	0,195602	0,03826
56	3,957819	0,374519	0,140264
57	4,433385	0,516785	0,267067
58	4,552277	1,052277	1,107286
59	5,265626	1,015626	1,031497
60	3,244469	-0,75553	0,570827
61	3,125577	0,708977	0,502649
62	3,363361	0,613361	0,376211
63	2,293336	0,210036	0,044115
64	3,482252	0,982252	0,964819
65	3,482252	0,815652	0,665289
66	3,125577	0,208977	0,043672
67	2,293336	0,293336	0,086046
67	3,006686	0,256686	0,065888



69	4,07671	1,24341	1,546069
70	3,006686	0,173386	0,030063
71	2,650011	0,150011	0,022503
Σ	313,5814	-5,5E-12	32,43224

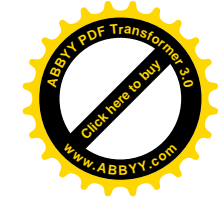
За результатами зрівноваження отримана середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 0,685589 \text{ року}$$

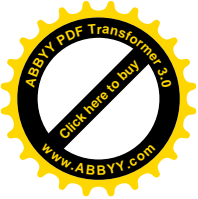
2.2. Контрольні розрахунки для ранжированного ряду

Таблиця 4. Вихідні дані ранжированного ряду

№	Вік(років)У	Довжина тіла(м)
1	2	0,88
2	2,0833	0,88
3	2,4166	0,95
4	2,5	0,91
5	2,5	0,98
6	2,6666	0,98
7	2,75	0,94
8	2,75	0,97
9	2,8333	0,94
10	2,8333	1,03
11	2,9166	0,95
12	3,0833	0,95
13	3,25	1,02

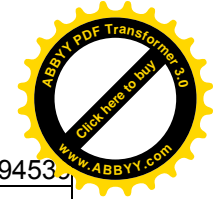


14	3,3333	0,99
15	3,3333	1,02
16	3,4166	1,1
17	3,5	1,07
18	3,5833	1
19	3,5833	1,02
20	3,6666	1,04
21	3,75	0,97
22	3,75	1,08
23	3,9166	1,06
24	4	0,96
25	4	1,04
26	4	1,04
27	4	1,06
28	4,0833	1,06
29	4,1666	1,08
30	4,25	1,13
31	4,3333	1,04
32	4,4166	1,04
33	4,5	1,1
34	4,5	1,1
35	4,5	1,12
36	4,5833	1,04
37	4,6666	1,13
38	5	1,02
39	5	1,05
40	5	1,13
41	5	1,14
42	5	1,15
43	5,0833	1,07
44	5,0833	1,16
45	5,08333	1,03
46	5,1666	1,04
47	5,1666	1,05
48	5,1666	1,22
49	5,25	1,05



50	5,25	1,05
51	5,25	1,08
52	5,25	1,11
53	5,25	1,14
54	5,3333	1,07
55	5,3333	1,11
56	5,3333	1,12
57	5,4166	1,07
58	5,4166	1,09
59	5,4166	1,1
60	5,5	1,04
61	5,5	1,11
62	5,5	1,15
63	5,5833	1,14
64	5,6666	1,03
65	5,6666	1,12
66	5,6666	1,15
67	5,9166	1,09
67	5,9166	1,15
69	6	1,1
70	6	1,16
71	6	1,2
Σ	313,5814	75,16

Для ранжированного ряду				
106	a	b	$F_{розр} =$	3,129643983
107	11,88916	-8,169126166	a	b
108	1,121569	1,190068527	m(a)	m(b)
109	0,619562	0,68558917	R^2	μ
110	112,37	69	Fкритерій	n-m-1
111	52,81753	32,43224318	$(Y' - Y_{cp})^2$	[VV]



112	10,60047	6,864416613	$t(0,05;69) =$	1,9949453
113	t(a)	t(b)		
114	N	O	P	Q

За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 11,88916 X - 8,1691262 \quad (2.2.1)$$

де Y-вік(роки); X-ріст(м)

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр}$ $3,129 < 112,37$, то з надійністю $P=0,95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a $t(a)=10,600 > 1,994$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b $t(b)= 6,864 > 1,994$.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu = 0,686$ року.

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: $m(a) = 1,122$ і $m(b) = 1,190$.

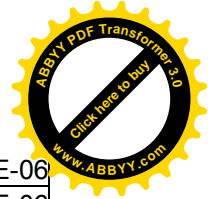
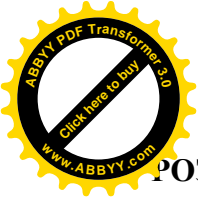
6. За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 11,88916 X - 8,1691262 \quad , \quad (2.2.1)$$

де Y- вік (роки); X- ріст (метри).

7. Для ранжированого ряду отримані автентичні результати.

8. Коефіцієнт кореляції $r = R = 0,787$, що говорить про високий зв'язок між X і Y.



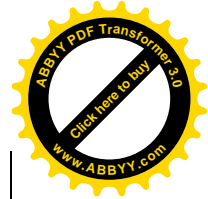
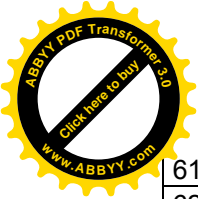
РОЗДІЛ 3. Дослідження оберненої задачі

3.1. Побудова математичної моделі залежності росту дитини Y від віку X (обернена задача)

Таблиця 5. Вихідні дані оберненої задачі

	Y	X				
№	Довжина тіла(м)	Вік(років)	X	Y' зрівн	$V=Y'-Y$	V^2
1	0,88	2	0,93265681	0,052657	0,002773	
2	0,88	2,0833	0,93699769	0,056998	0,003249	
3	0,95	2,4166	0,95436646	0,004366	1,91E-05	
4	0,91	2,5	0,95871256	0,048713	0,002373	
5	0,98	2,5	0,95871256	-0,02129	0,000453	
6	0,98	2,6666	0,96739434	-0,01261	0,000159	
7	0,94	2,75	0,97174044	0,03174	0,001007	
8	0,97	2,75	0,97174044	0,00174	3,03E-06	
9	0,94	2,8333	0,97608132	0,036081	0,001302	
10	1,03	2,8333	0,97608132	-0,05392	0,002907	
11	0,95	2,9166	0,98042221	0,030422	0,000926	
12	0,95	3,0833	0,9891092	0,039109	0,00153	
13	1,02	3,25	0,99779619	-0,0222	0,000493	
14	0,99	3,3333	1,00213708	0,012137	0,000147	
15	1,02	3,3333	1,00213708	-0,01786	0,000319	
16	1,1	3,4166	1,00647797	-0,09352	0,008746	
17	1,07	3,5	1,01082407	-0,05918	0,003502	
18	1	3,5833	1,01516495	0,015165	0,00023	
19	1,02	3,5833	1,01516495	-0,00484	2,34E-05	
20	1,04	3,6666	1,01950584	-0,02049	0,00042	
21	0,97	3,75	1,02385194	0,053852	0,0029	
22	1,08	3,75	1,02385194	-0,05615	0,003153	
23	1,06	3,9166	1,03253372	-0,02747	0,000754	
24	0,96	4	1,03687982	0,07688	0,005911	

25	1,04	4	1,03687982	-0,00312	9,74E-06
26	1,04	4	1,03687982	-0,00312	9,74E-06
27	1,06	4	1,03687982	-0,02312	0,000535
28	1,06	4,0833	1,04122071	-0,01878	0,000353
29	1,08	4,1666	1,0455616	-0,03444	0,001186
30	1,13	4,25	1,0499077	-0,08009	0,006415
31	1,04	4,3333	1,05424858	0,014249	0,000203
32	1,04	4,4166	1,05858947	0,018589	0,000346
33	1,1	4,5	1,06293557	-0,03706	0,001374
34	1,1	4,5	1,06293557	-0,03706	0,001374
35	1,12	4,5	1,06293557	-0,05706	0,003256
36	1,04	4,5833	1,06727646	0,027276	0,000744
37	1,13	4,6666	1,07161735	-0,05838	0,003409
38	1,02	5	1,08899132	0,068991	0,00476
39	1,05	5	1,08899132	0,038991	0,00152
40	1,13	5	1,08899132	-0,04101	0,001682
41	1,14	5	1,08899132	-0,05101	0,002602
42	1,15	5	1,08899132	-0,06101	0,003722
43	1,07	5,0833	1,09333221	0,023332	0,000544
44	1,16	5,0833	1,09333221	-0,06667	0,004445
45	1,03	5,08333	1,09333378	0,063334	0,004011
46	1,04	5,1666	1,0976731	0,057673	0,003326
47	1,05	5,1666	1,0976731	0,047673	0,002273
48	1,22	5,1666	1,0976731	-0,12233	0,014964
49	1,05	5,25	1,1020192	0,052019	0,002706
50	1,05	5,25	1,1020192	0,052019	0,002706
51	1,08	5,25	1,1020192	0,022019	0,000485
52	1,11	5,25	1,1020192	-0,00798	6,37E-05
53	1,14	5,25	1,1020192	-0,03798	0,001443
54	1,07	5,3333	1,10636009	0,03636	0,001322
55	1,11	5,3333	1,10636009	-0,00364	1,32E-05
56	1,12	5,3333	1,10636009	-0,01364	0,000186
57	1,07	5,4166	1,11070098	0,040701	0,001657
58	1,09	5,4166	1,11070098	0,020701	0,000429
59	1,1	5,4166	1,11070098	0,010701	0,000115
60	1,04	5,5	1,11504708	0,075047	0,005632



61	1,11	5,5	1,11504708	0,005047	2,55E-05
62	1,15	5,5	1,11504708	-0,03495	0,001222
63	1,14	5,5833	1,11938797	-0,02061	0,000425
64	1,03	5,6666	1,12372885	0,093729	0,008785
65	1,12	5,6666	1,12372885	0,003729	1,39E-05
66	1,15	5,6666	1,12372885	-0,02627	0,00069
67	1,09	5,9166	1,13675673	0,046757	0,002186
67	1,15	5,9166	1,13675673	-0,01324	0,000175
69	1,1	6	1,14110283	0,041103	0,001689
70	1,16	6	1,14110283	-0,0189	0,000357
71	1,2	6	1,14110283	-0,0589	0,003469
Σ	75,16	313,58143	75,16	2,55E-15	0,142154

За результатами зрівноваження отримана середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 0,045389 \text{ м}$$

Визначення функцією "ЛИНЕЙН"				
79	a	b	Fтабл=	3,129644
80	0,052111506	0,8284338	a	b
81	0,004915962	0,0223703	m(a)	m(b)
82	0,619562119	0,0453895	R^2	μ
83	112,3699512	69	Fкритерій	n-m-1
84	0,231505058	0,1421541	(Y'-Ycp)^2	[VV]
85	10,60046939	37,032787	t(0,05;69)=	1,994945
86	t(a)	t(b)		
87	Q	R	S	T
За результатами досліджень нами отримана формула				
Y=	0,052111506	X+	0,82843379	(3.1.1)

Де Y- ріст(м); X- вік(роки)

ВИСНОВКИ

1. Так як Fтабл < Fрозр 3,129 < 112.370 , то з надійністю P=0.95 можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a t(a)=10,600>1.995.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b t(b)=37.033>1.995.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги μ= 0,045 м. .

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: m(a)= 0.005 і m(b)=0.022 .

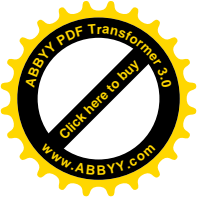
6. За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 0.052111506X + 0,82843379 \quad , \quad (3.1.1)$$

де Y- ріст (м); X- вік (роки).

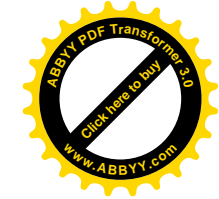
7. Коефіцієнт кореляції r = R=0.787 ,що говорить про високий зв'язок між X і Y.

3.2. Апроксимація поліномом другого степеня

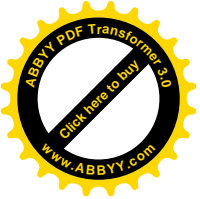


Таблиця 6. Матриця коефіцієнтів вихідних рівнянь X

X0	Вік(років)X	X^2
1	2	4
1	2,0833	4,340139
1	2,4166	5,839956
1	2,5	6,25
1	2,5	6,25
1	2,6666	7,110756
1	2,75	7,5625
1	2,75	7,5625
1	2,8333	8,027589
1	2,8333	8,027589
1	2,9166	8,506556
1	3,0833	9,506739
1	3,25	10,5625
1	3,3333	11,11089
1	3,3333	11,11089
1	3,4166	11,67316
1	3,5	12,25
1	3,5833	12,84004
1	3,5833	12,84004
1	3,6666	13,44396
1	3,75	14,0625
1	3,75	14,0625
1	3,9166	15,33976
1	4	16
1	4	16
1	4	16
1	4	16
1	4,0833	16,67334
1	4,1666	17,36056
1	4,25	18,0625



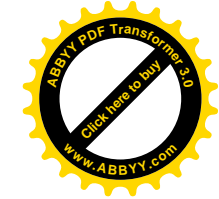
1	4,3333	18,77749
1	4,4166	19,50636
1	4,5	20,25
1	4,5	20,25
1	4,5	20,25
1	4,5833	21,00664
1	4,6666	21,77716
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5,0833	25,83994
1	5,0833	25,83994
1	5,08333	25,84024
1	5,1666	26,69376
1	5,1666	26,69376
1	5,1666	26,69376
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,3333	28,44409
1	5,3333	28,44409
1	5,3333	28,44409
1	5,4166	29,33956
1	5,4166	29,33956
1	5,4166	29,33956
1	5,5	30,25
1	5,5	30,25
1	5,5	30,25
1	5,5833	31,17324
1	5,6666	32,11036
1	5,6666	32,11036
1	5,6666	32,11036



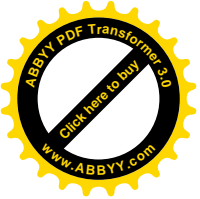
1	5,9166	35,00616
1	5,9166	35,00616
1	6	36
1	6	36
1	6	36
71	313,5814	1470,226

Таблиця 7. Вектор Y

Y
Довжина тіла(м)
0,88
0,88
0,95
0,91
0,98
0,98
0,94
0,97
0,94
1,03
0,95
0,95
1,02
0,99
1,02
1,1
1,07
1
1,02
1,04
0,97



1,08
1,06
0,96
1,04
1,04
1,06
1,06
1,08
1,13
1,04
1,04
1,1
1,1
1,12
1,04
1,13
1,02
1,05
1,13
1,14
1,15
1,07
1,16
1,03
1,04
1,05
1,22
1,05
1,05
1,08
1,11
1,14
1,07
1,11
1,12
1,07



1,09
1,1
1,04
1,11
1,15
1,14
1,03
1,12
1,15
1,09
1,15
1,1
1,16
1,2

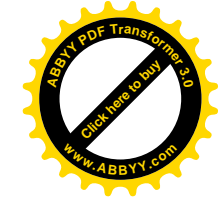
Результати зрівноваження

Комп’ютерна формула розрахунку Y’зрівнов.

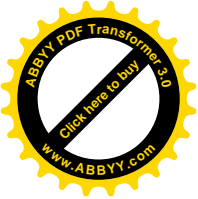
$$= \$A\$107 * Y3 + \$A\$107 * X3 + \$A\$107 * W3 \quad (3.2.1)$$

Таблиця 9. Результати апроксимації поліномом 2 степеня

№	Y’зрівн.	V=Y’-	
		Y	V^2
1	0,896247	0,016247	0,000264
2	0,904383	0,024383	0,000595
3	0,935441	-0,01456	0,000212
4	0,942838	0,032838	0,001078
5	0,942838	-0,03716	0,001381
6	0,957165	-0,02283	0,000521
7	0,964113	0,024113	0,000581
8	0,964113	-0,00589	3,47E-05



9	0,970903	0,030903	0,000955
10	0,970903	-0,0591	0,003492
11	0,977543	0,027543	0,000759
12	0,990383	0,040383	0,001631
13	1,002623	-0,01738	0,000302
14	1,008516	0,018516	0,000343
15	1,008516	-0,01148	0,000132
16	1,014258	-0,08574	0,007352
17	1,019858	-0,05014	0,002514
18	1,025302	0,025302	0,00064
19	1,025302	0,005302	2,81E-05
20	1,030596	-0,0094	8,84E-05
21	1,035746	0,065746	0,004323
22	1,035746	-0,04425	0,001958
23	1,045586	-0,01441	0,000208
24	1,050288	0,090288	0,008152
25	1,050288	0,010288	0,000106
26	1,050288	0,010288	0,000106
27	1,050288	-0,00971	9,43E-05
28	1,054833	-0,00517	2,67E-05
29	1,05923	-0,02077	0,000431
30	1,063482	-0,06652	0,004425
31	1,067579	0,027579	0,000761
32	1,071527	0,031527	0,000994
33	1,075329	-0,02467	0,000609
34	1,075329	-0,02467	0,000609
35	1,075329	-0,04467	0,001995
36	1,078978	0,038978	0,001519
37	1,082477	-0,04752	0,002258
38	1,094984	0,074984	0,005623
39	1,094984	0,044984	0,002024
40	1,094984	-0,03502	0,001226
41	1,094984	-0,04502	0,002026
42	1,094984	-0,05502	0,003027
43	1,097735	0,027735	0,000769
44	1,097735	-0,06227	0,003877



45	1,097736	0,067736	0,004588
46	1,100336	0,060336	0,00364
47	1,100336	0,050336	0,002534
48	1,100336	-0,11966	0,014319
49	1,102791	0,052791	0,002787
50	1,102791	0,052791	0,002787
51	1,102791	0,022791	0,000519
52	1,102791	-0,00721	5,2E-05
53	1,102791	-0,03721	0,001385
54	1,105093	0,035093	0,001232
55	1,105093	-0,00491	2,41E-05
56	1,105093	-0,01491	0,000222
57	1,107246	0,037246	0,001387
58	1,107246	0,017246	0,000297
59	1,107246	0,007246	5,25E-05
60	1,109251	0,069251	0,004796
61	1,109251	-0,00075	5,6E-07
62	1,109251	-0,04075	0,00166
63	1,111105	-0,0289	0,000835
64	1,112809	0,082809	0,006857
65	1,112809	-0,00719	5,17E-05
66	1,112809	-0,03719	0,001383
67	1,117025	0,027025	0,00073
67	1,117025	-0,03298	0,001087
69	1,118131	0,018131	0,000329
70	1,118131	-0,04187	0,001753
71	1,118131	-0,08187	0,006702
Σ	75,16	-2,3E-15	0,132062

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$\mu =$	0,044069	м
---------	----------	---



Апроксимація квадратичним поліномом

79	b	a	c	Фрозр=	3,131672
80	0,141668	-0,01077	0,656009	a	b
81	0,039574	0,004726	0,078694	m(a)	m(b),m(c)
82	0,646572	0,044069	#Н/Д	R^2	μ
83	62,20065	68	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
84	0,241598	0,132062	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
85	3,579796	2,279636	8,336244	t(0,05;69)=	1,995469
86	t(a)	t(b)	t(c)		
87	W	X	Y	Z	AA

За результатами досліджень нами отримана формула

Y=	-0,01077X^2+	0,141668X	+	0,656009
----	--------------	-----------	---	----------

Де Y-ріст(м); X-вік(роки)

Контрольне визначення

106	a	b	c	Фрозр=	3,131672
107	-0,01077	0,141668	0,656009	a	b
108	0,004726	0,039574	0,078694	m(a)	m(b),m(c)
109	0,646572	0,044069	#Н/Д	R^2	μ
110	62,20065	68	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
111	0,241598	0,132062	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
112	AB	AC	AD	AE	AF

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знайдена за наступною комп'ютерною формулою

=МУМНОЖ(ТРАНСП(W3:Y73);W3:Y73) , (3.2.3)

де матриця X(W3:Y73)

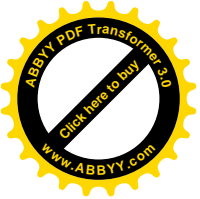
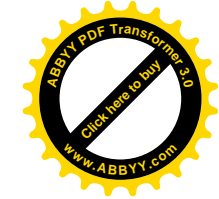
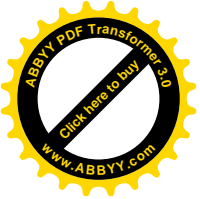


Таблица 10. Матрица X(W3:Y73)

1	2	4
1	2,0833	4,340139
1	2,4166	5,839956
1	2,5	6,25
1	2,5	6,25
1	2,6666	7,110756
1	2,75	7,5625
1	2,75	7,5625
1	2,8333	8,027589
1	2,8333	8,027589
1	2,9166	8,506556
1	3,0833	9,506739
1	3,25	10,5625
1	3,3333	11,11089
1	3,3333	11,11089
1	3,4166	11,67316
1	3,5	12,25
1	3,5833	12,84004
1	3,5833	12,84004
1	3,6666	13,44396
1	3,75	14,0625
1	3,75	14,0625
1	3,9166	15,33976
1	4	16
1	4	16
1	4	16
1	4	16
1	4,0833	16,67334
1	4,1666	17,36056
1	4,25	18,0625
1	4,3333	18,77749
1	4,4166	19,50636
1	4,5	20,25



1	4,5	20,25
1	4,5	20,25
1	4,5833	21,00664
1	4,6666	21,77716
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5	25
1	5,0833	25,83994
1	5,0833	25,83994
1	5,08333	25,84024
1	5,1666	26,69376
1	5,1666	26,69376
1	5,1666	26,69376
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,25	27,5625
1	5,3333	28,44409
1	5,3333	28,44409
1	5,3333	28,44409
1	5,4166	29,33956
1	5,4166	29,33956
1	5,4166	29,33956
1	5,5	30,25
1	5,5	30,25
1	5,5	30,25
1	5,5	30,25
1	5,5833	31,17324
1	5,6666	32,11036
1	5,6666	32,11036
1	5,6666	32,11036
1	5,9166	35,00616
1	5,9166	35,00616
1	6	36



1	6	36
1	6	36

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

$$N = X * X_{\text{трансп}} \quad (3.2.4)$$

знаходиться в діапазоні **N(AI99:AK101)**,

де X_{трансп}- транспонована матриця коефіцієнтів початкових рівнянь.

71	313,5814	1470,226
313,5814	1470,226	7202,039
1470,226	7202,039	36421,09

Обернена матриця

$$Q = N^{-1} \quad (3.2.5)$$

знайдена за формулою

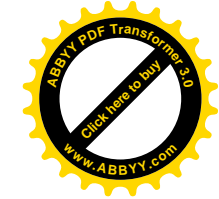
$$= \text{МОБР}(AI99:AK101) \quad (3.2.6)$$

де діапазоном **(AI99:AK101)** виділяється матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Обернена матриця

$$Q = N^{-1}$$

буде



3,188682	-1,581832	0,184078
-1,58183	0,806417	-0,09561
0,184078	-0,095609	0,011503

Вектор вільних членів

$$b = Y * X_{\text{трансп}} \quad (3.2.7)$$

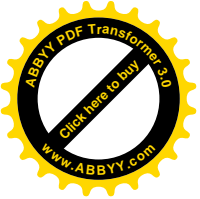
розраховується за формулою

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{ТРАНСП}(W3:Y73); Q3:Q73) \quad (3.2.8)$$

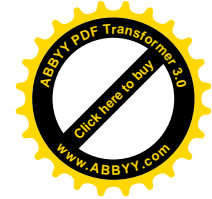
Де вектор Y(Q3:Q73)

Таблиця 11. Вектор Y(Q3:Q73)

0,88
0,88
0,95
0,91
0,98
0,98
0,94
0,97
0,94
1,03
0,95
0,95
1,02
0,99
1,02
1,1
1,07
1
1,02
1,04



0,97
1,08
1,06
0,96
1,04
1,04
1,06
1,06
1,08
1,13
1,04
1,04
1,1
1,1
1,12
1,04
1,13
1,02
1,05
1,13
1,14
1,15
1,07
1,16
1,03
1,04
1,05
1,22
1,05
1,05
1,08
1,11
1,14
1,07
1,11
1,12



1,07
1,09
1,1
1,04
1,11
1,15
1,14
1,03
1,12
1,15
1,09
1,15
1,1
1,16
1,2

Таким чином, вектор вільних членів b , суть

75,16
336,3971
1592,357

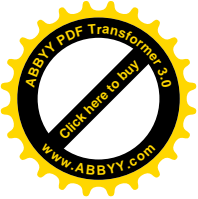
В подальшому знаходимо вектор шуканих коефіцієнтів

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{AI104:AK106}; \text{AJ110:AJ112}), \quad (3.2.9)$$

де обернена матриця Q знаходиться в діапазоні **(AI104:AK106)**, а діапазоном **(AJ110:AJ112)** виділяється вектор b .

Вектор шуканих коефіцієнтів розміщується в діапазоні **(AJ116:AJ118)**

c=	0,656009
----	----------



b=	0,141668
a=	-0,010775

Контроль обчислень знаходять за формулою

$$\dots\dots\dots \mathbf{b}=\mathbf{a}*\mathbf{N} \dots\dots\dots \quad (3.2.10)$$

$$=\text{МУМНОЖ}(\text{AI99:AK101};\text{AJ116:AJ118}). \quad (3.2.11)$$

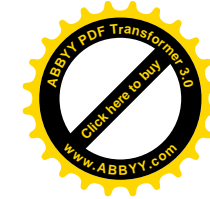
Таким чином, отримали контрольне значення вектора вільних членів **b**.

75,16
336,3971
1592,357

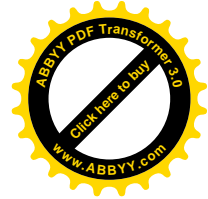
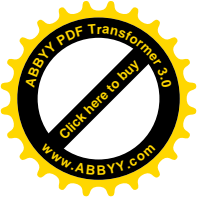
Приведемо порівняльну таблицю розрахунку зрівноваженої функції при апроксимації поліномом першого і другого степеня.

Таблиця 12. Порівняльна таблиця

№	Y'зрівн1ст	Y'зрівн2ст	V=Y'1-Y'2
1	0,932657	0,896247	0,03641
2	0,936998	0,904383	0,032615
3	0,954366	0,935441	0,018926
4	0,958713	0,942838	0,015875
5	0,958713	0,942838	0,015875
6	0,967394	0,957165	0,010229
7	0,97174	0,964113	0,007627
8	0,97174	0,964113	0,007627
9	0,976081	0,970903	0,005178
10	0,976081	0,970903	0,005178
11	0,980422	0,977543	0,002879
12	0,989109	0,990383	-0,00127
13	0,997796	1,002623	-0,00483



14	1,002137	1,008516	-0,00638
15	1,002137	1,008516	-0,00638
16	1,006478	1,014258	-0,00778
17	1,010824	1,019858	-0,00903
18	1,015165	1,025302	-0,01014
19	1,015165	1,025302	-0,01014
20	1,019506	1,030596	-0,01109
21	1,023852	1,035746	-0,01189
22	1,023852	1,035746	-0,01189
23	1,032534	1,045586	-0,01305
24	1,03688	1,050288	-0,01341
25	1,03688	1,050288	-0,01341
26	1,03688	1,050288	-0,01341
27	1,03688	1,050288	-0,01341
28	1,041221	1,054833	-0,01361
29	1,045562	1,05923	-0,01367
30	1,049908	1,063482	-0,01357
31	1,054249	1,067579	-0,01333
32	1,058589	1,071527	-0,01294
33	1,062936	1,075329	-0,01239
34	1,062936	1,075329	-0,01239
35	1,062936	1,075329	-0,01239
36	1,067276	1,078978	-0,0117
37	1,071617	1,082477	-0,01086
38	1,088991	1,094984	-0,00599
39	1,088991	1,094984	-0,00599
40	1,088991	1,094984	-0,00599
41	1,088991	1,094984	-0,00599
42	1,088991	1,094984	-0,00599
43	1,093332	1,097735	-0,0044
44	1,093332	1,097735	-0,0044
45	1,093334	1,097736	-0,0044
46	1,097673	1,100336	-0,00266
47	1,097673	1,100336	-0,00266
48	1,097673	1,100336	-0,00266
49	1,102019	1,102791	-0,00077



50	1,102019	1,102791	-0,00077
51	1,102019	1,102791	-0,00077
52	1,102019	1,102791	-0,00077
53	1,102019	1,102791	-0,00077
54	1,10636	1,105093	0,001267
55	1,10636	1,105093	0,001267
56	1,10636	1,105093	0,001267
57	1,110701	1,107246	0,003455
58	1,110701	1,107246	0,003455
59	1,110701	1,107246	0,003455
60	1,115047	1,109251	0,005796
61	1,115047	1,109251	0,005796
62	1,115047	1,109251	0,005796
63	1,119388	1,111105	0,008283
64	1,123729	1,112809	0,01092
65	1,123729	1,112809	0,01092
66	1,123729	1,112809	0,01092
67	1,136757	1,117025	0,019732
68	1,136757	1,117025	0,019732
69	1,141103	1,118131	0,022971
70	1,141103	1,118131	0,022971
71	1,141103	1,118131	0,022971

Як видно із порівняльної таблиці, розрахункові значення функції Y' визначені за розробленими нами формулами поліномів першого і другого степеня, відрізняються на дуже малі величини, якими практично можна нехтувати.

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр}$ $3,130 < 62.2001$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт c $t(c)=8,336$, що більше $1,995$.

3. Статистично значимими є коефіцієнти a $m(a)=2.280 > 1.995$ і b $m(b)=3.580 > 1.995$.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu = 0,044$ м.

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: $m(a) = 0.0047$; $m(b) = 0.0396$; $m(c) = 0.0787$.

6. За результатами досліджень нами отримана формула

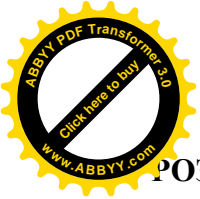
$$Y = -0.01077X^2 + 0,141668X + 0.656009 \quad , (3.2.2)$$

де Y - ріст (м); X - вік (роки).

7. Коефіцієнт кореляції $r = R = 0.804$, що говорить про високий зв'язок між X і Y .

8. Із підвищенням степеня апроксимації не здійснюється покращення характеристик моделі.

9. Розрахункові значення функції Y' , визначені за розробленими нами формулами поліномів першого і другого степеня, відрізняються на дуже малі величини, якими практично можна нехтувати.



РОЗДІЛ 4. Побудова і дослідження імітаційної моделі

4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень прийmemo середню квадратичну похибку визначення росту дітей в 0,01 метри, тобто 1 сантиметр.

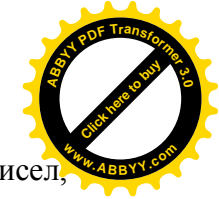
Тому, логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,01 м.

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича [4,5,6].

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 71 псевдовипадковому числі, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N, \quad (4.1)$$

математичної моделі по списку в журналі групи).



Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які прийmemo в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (4.2)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

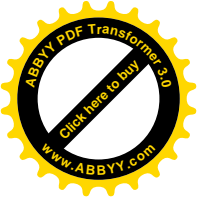
$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}}, \quad (4.5)$$



де C – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357'$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

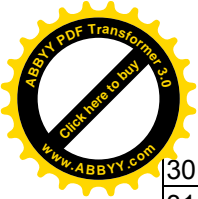
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

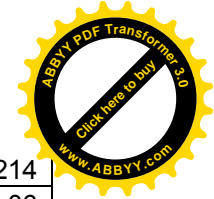
$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 13. Генерування і нормування істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta' = \xi - \xi_{cp}$	Δ'^2	$\Delta = k \cdot \Delta'$	Δ^2
1	0,557976	0,562821	-0,004845	2,35E-05	-0,00018	3,33E-08
2	0,900942	0,562821	0,338121	0,114326	0,012739	0,000162
3	0,269947	0,562821	-0,292874	0,085775	-0,01103	0,000122
4	0,202483	0,562821	-0,360338	0,129843	-0,01358	0,000184
5	0,555062	0,562821	-0,007759	6,02E-05	-0,00029	8,55E-08
6	0,576419	0,562821	0,013598	0,000185	0,000512	2,62E-07
7	0,406934	0,562821	-0,155887	0,024301	-0,00587	3,45E-05
8	0,499118	0,562821	-0,063703	0,004058	-0,0024	5,76E-06
9	0,271567	0,562821	-0,291254	0,084829	-0,01097	0,00012
10	0,160249	0,562821	-0,402572	0,162064	-0,01517	0,00023
11	0,663881	0,562821	0,10106	0,010213	0,003807	1,45E-05
12	0,937096	0,562821	0,374275	0,140082	0,014101	0,000199
13	0,753169	0,562821	0,190348	0,036232	0,007171	5,14E-05
14	0,755646	0,562821	0,192825	0,037181	0,007265	5,28E-05
15	0,857178	0,562821	0,294357	0,086646	0,01109	0,000123
16	0,439551	0,562821	-0,12327	0,015195	-0,00464	2,16E-05
17	0,345871	0,562821	-0,21695	0,047067	-0,00817	6,68E-05
18	0,87327	0,562821	0,310449	0,096378	0,011696	0,000137
19	0,294502	0,562821	-0,268319	0,071995	-0,01011	0,000102
20	0,407585	0,562821	-0,155236	0,024098	-0,00585	3,42E-05
21	0,546647	0,562821	-0,016174	0,000262	-0,00061	3,71E-07
22	0,819335	0,562821	0,256514	0,065799	0,009664	9,34E-05
23	0,889981	0,562821	0,32716	0,107034	0,012326	0,000152
24	0,34648	0,562821	-0,216341	0,046803	-0,00815	6,64E-05
25	0,698987	0,562821	0,136166	0,018541	0,00513	2,63E-05
26	0,973003	0,562821	0,410182	0,168249	0,015454	0,000239
27	0,665402	0,562821	0,102581	0,010523	0,003865	1,49E-05
28	0,390822	0,562821	-0,171999	0,029584	-0,00648	4,2E-05
29	0,248326	0,562821	-0,314495	0,098907	-0,01185	0,00014



30	0,091262	0,562821	-0,471559	0,222368	-0,01777	0,000316
31	0,499895	0,562821	-0,062926	0,00396	-0,00237	5,62E-06
32	0,657363	0,562821	0,094542	0,008938	0,003562	1,27E-05
33	0,595741	0,562821	0,03292	0,001084	0,00124	1,54E-06
34	0,500625	0,562821	-0,062196	0,003868	-0,00234	5,49E-06
35	0,463368	0,562821	-0,099453	0,009891	-0,00375	1,4E-05
36	0,454468	0,562821	-0,108353	0,01174	-0,00408	1,67E-05
37	0,982718	0,562821	0,419897	0,176314	0,01582	0,00025
38	0,82763	0,562821	0,264809	0,070124	0,009977	9,95E-05
39	0,201523	0,562821	-0,361298	0,130537	-0,01361	0,000185
40	0,093032	0,562821	-0,469789	0,220701	-0,0177	0,000313
41	0,936859	0,562821	0,374038	0,139905	0,014092	0,000199
42	0,700837	0,562821	0,138016	0,019048	0,0052	2,7E-05
43	0,227696	0,562821	-0,335125	0,112309	-0,01263	0,000159
44	0,811615	0,562821	0,248794	0,061898	0,009373	8,79E-05
45	0,34598	0,562821	-0,216841	0,04702	-0,00817	6,67E-05
46	0,892612	0,562821	0,329791	0,108762	0,012425	0,000154
47	0,871552	0,562821	0,308731	0,095315	0,011632	0,000135
48	0,234777	0,562821	-0,328044	0,107613	-0,01236	0,000153
49	0,41206	0,562821	-0,150761	0,022729	-0,00568	3,23E-05
50	0,894048	0,562821	0,331227	0,109711	0,012479	0,000156
51	0,591604	0,562821	0,028783	0,000828	0,001084	1,18E-06
52	0,714208	0,562821	0,151387	0,022918	0,005704	3,25E-05
53	0,984876	0,562821	0,422055	0,178131	0,015901	0,000253
54	0,317977	0,562821	-0,244844	0,059949	-0,00922	8,51E-05
55	0,41702	0,562821	-0,145801	0,021258	-0,00549	3,02E-05
56	0,975342	0,562821	0,412521	0,170174	0,015542	0,000242
57	0,110281	0,562821	-0,45254	0,204793	-0,01705	0,000291
58	0,848564	0,562821	0,285743	0,081649	0,010765	0,000116
59	0,959932	0,562821	0,397111	0,157697	0,014961	0,000224
60	0,66658	0,562821	0,103759	0,010766	0,003909	1,53E-05
61	0,72127	0,562821	0,158449	0,025106	0,00597	3,56E-05
62	0,182648	0,562821	-0,380173	0,144531	-0,01432	0,000205
63	0,565074	0,562821	0,002253	5,08E-06	8,49E-05	7,21E-09
64	0,111848	0,562821	-0,450973	0,203377	-0,01699	0,000289
65	0,770313	0,562821	0,207492	0,043053	0,007817	6,11E-05



66	0,174091	0,562821	-0,38873	0,151111	-0,01465	0,000214
67	0,621807	0,562821	0,058986	0,003479	0,002222	4,94E-06
67	0,701777	0,562821	0,138956	0,019309	0,005235	2,74E-05
69	0,727918	0,562821	0,165097	0,027257	0,00622	3,87E-05
70	0,500807	0,562821	-0,062014	0,003846	-0,00234	5,46E-06
71	0,244771	0,562821	-0,26956	0,072662	-0,01016	0,000103
Σ	39,9118	39,96031	-5,55E-15	5,001991	-2E-16	0,0071

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m_{\Delta i} = \sqrt{(|\Delta i|^2/n)} = 0,29676$$

$$m_{\Delta} = (AK74/W74)^{0,5} = 0,29676$$

Коефіцієнт пропорційності

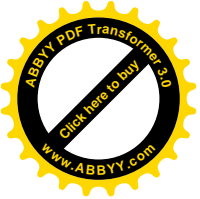
$$K = \frac{0,01}{0,29676} = 0,03370$$

$$k = 0,1/AL76 = 0,033697$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,01$

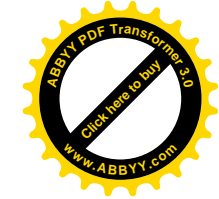
$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,7100}{71}} = 0,01$$

$$m_{\Delta} = (AM74/W74)^{0,5} = 0,01$$

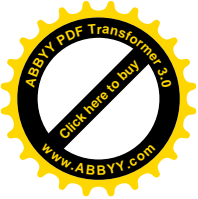


Таблиця 14. Побудова імітаційної моделі

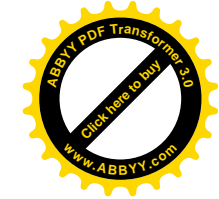
№	Y'зрівн1ст	$\Delta=k*\Delta'$	$Y=X+\Delta$
1	0,932657	0,013231	0,945888
2	0,936998	0,007826	0,944823
3	0,954366	0,007267	0,961633
4	0,958713	0,009292	0,968005
5	0,958713	-0,01566	0,943051
6	0,967394	0,004705	0,972099
7	0,97174	0,013308	0,985049
8	0,97174	-0,01226	0,95948
9	0,976081	0,000685	0,976766
10	0,976081	-0,00511	0,970972
11	0,980422	-0,00374	0,976679
12	0,989109	0,004153	0,993262
13	0,997796	-0,01057	0,987221
14	1,002137	-0,00259	0,999551
15	1,002137	-0,01279	0,989343
16	1,006478	-0,00631	1,000168
17	1,010824	-0,00161	1,009213
18	1,015165	0,01616	1,031325
19	1,015165	0,012608	1,027773
20	1,019506	-0,00578	1,01373
21	1,023852	0,012188	1,03604
22	1,023852	-0,01194	1,011911
23	1,032534	0,000351	1,032885
24	1,03688	0,000525	1,037405
25	1,03688	-0,00479	1,032086
26	1,03688	0,016435	1,053314
27	1,03688	-0,0004	1,036476
28	1,041221	-0,01513	1,026087
29	1,045562	-0,00629	1,039273
30	1,049908	0,011315	1,061223
31	1,054249	-0,00854	1,045705



32	1,058589	-0,00976	1,048825
33	1,062936	-0,00087	1,062065
34	1,062936	-0,0106	1,052336
35	1,062936	-0,01592	1,047015
36	1,067276	0,005419	1,072696
37	1,071617	0,010888	1,082506
38	1,088991	0,003853	1,092845
39	1,088991	0,007927	1,096918
40	1,088991	0,006731	1,095723
41	1,088991	-0,00637	1,08262
42	1,088991	0,002741	1,091732
43	1,093332	-0,01317	1,080162
44	1,093332	-0,01389	1,079439
45	1,093334	0,003177	1,09651
46	1,097673	0,009724	1,107397
47	1,097673	-0,00683	1,090847
48	1,097673	0,000417	1,09809
49	1,102019	-0,00082	1,101199
50	1,102019	0,007268	1,109287
51	1,102019	0,003949	1,105969
52	1,102019	-0,01183	1,090191
53	1,102019	-0,01433	1,087687
54	1,10636	-0,01142	1,094945
55	1,10636	0,006594	1,112954
56	1,10636	-0,00746	1,098897
57	1,110701	0,006266	1,116967
58	1,110701	0,01636	1,127061
59	1,110701	0,006743	1,117444
60	1,115047	0,016025	1,131072
61	1,115047	0,004984	1,120031
62	1,115047	0,014875	1,129922
63	1,119388	0,016014	1,135402
64	1,123729	0,008399	1,132128
65	1,123729	-0,01534	1,108386
66	1,123729	0,00065	1,124379
67	1,136757	-0,01477	1,121988



67	1,136757	-0,01677	1,119986
69	1,141103	0,008292	1,149395
70	1,141103	-0,01415	1,126951
71	1,141103	0,010494	1,151596
Σ	75,16	-3,8E-16	75,16



Середні квадр.похибки	
m(b)=	0,004983
m(a)=	0,001095

Зрівноваження імітаційної моделі

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь $N=X \cdot X_{tr}$.

71	313,5814
313,5814	1470,226

Обернена матриця $Q=N^{-1}$

0,242903	-0,05181
-0,05181	0,01173

Вектор вільних членів

$b=Y \cdot X_{tr}$
75,16
336,4608

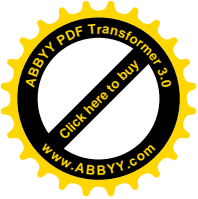
Шукані коефіцієнти

$$a=b \cdot Q$$

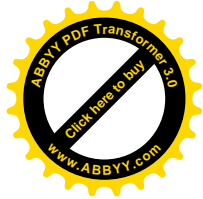
b=	0,825136
a=	0,052858

Таблиця 15. Результати зрівноваження імітаційної моделі

Вік(років)X	Y"зрівн	V=Y"-Y	V^2
2	0,930852	-0,00653	4,26E-05
2,0833	0,935255	-0,0154	0,000237
2,4166	0,952873	-0,00574	3,3E-05
2,5	0,957281	-0,00484	2,35E-05
2,5	0,957281	-0,00215	4,64E-06
2,6666	0,966087	0,002758	7,61E-06
2,75	0,970496	-0,01243	0,000155
2,75	0,970496	0,013345	0,000178
2,8333	0,974899	0,013823	0,000191
2,8333	0,974899	0,006511	4,24E-05
2,9166	0,979302	0,010187	0,000104
3,0833	0,988113	-0,01843	0,00034
3,25	0,996925	-0,01367	0,000187
3,3333	1,001328	-0,00175	3,06E-06
3,3333	1,001328	0,014523	0,000211
3,4166	1,005731	0,011518	0,000133
3,5	1,01014	-0,00797	6,35E-05
3,5833	1,014543	0,005569	3,1E-05
3,5833	1,014543	0,009196	8,46E-05
3,6666	1,018946	0,011662	0,000136
3,75	1,023354	-0,0044	1,94E-05
3,75	1,023354	0,005013	2,51E-05
3,9166	1,03216	0,007925	6,28E-05
4	1,036569	0,005789	3,35E-05
4	1,036569	-0,01319	0,000174
4	1,036569	-0,00481	2,31E-05
4	1,036569	-0,00737	5,43E-05



4,0833	1,040972	0,009092	8,27E-05
4,1666	1,045375	-0,00139	1,94E-06
4,25	1,049783	-0,01324	0,000175
4,3333	1,054186	0,006049	3,66E-05
4,4166	1,058589	0,013193	0,000174
4,5	1,062998	-0,01246	0,000155
4,5	1,062998	0,007825	6,12E-05
4,5	1,062998	0,015442	0,000238
4,5833	1,067401	0,003825	1,46E-05
4,6666	1,071804	-0,00908	8,25E-05
5	1,089427	-0,00724	5,24E-05
5	1,089427	-0,01699	0,000289
5	1,089427	0,008112	6,58E-05
5	1,089427	0,012331	0,000152
5	1,089427	0,008786	7,72E-05
5,0833	1,09383	0,001582	2,5E-06
5,0833	1,09383	-0,00015	2,34E-08
5,08333	1,093832	0,00825	6,81E-05
5,1666	1,098233	-0,00475	2,26E-05
5,1666	1,098233	0,004066	1,65E-05
5,1666	1,098233	0,002147	4,61E-06
5,25	1,102642	-0,00626	3,92E-05
5,25	1,102642	-0,01332	0,000177
5,25	1,102642	-0,01734	0,000301
5,25	1,102642	-0,01774	0,000315
5,25	1,102642	0,014055	0,000198
5,3333	1,107045	0,01782	0,000318
5,3333	1,107045	-0,00645	4,16E-05
5,3333	1,107045	0,007324	5,36E-05
5,4166	1,111448	0,00121	1,47E-06
5,4166	1,111448	-0,00771	5,95E-05
5,4166	1,111448	0,010366	0,000107
5,5	1,115856	-0,01458	0,000213
5,5	1,115856	0,011218	0,000126
5,5	1,115856	-0,00767	5,88E-05
5,5833	1,120259	0,006061	3,67E-05



5,6666	1,124662	-0,0102	0,000104
5,6666	1,124662	0,006464	4,18E-05
5,6666	1,124662	0,008991	8,08E-05
5,9166	1,137877	-0,0027	7,31E-06
5,9166	1,137877	-0,00862	7,42E-05
6	1,142285	0,012572	0,000158
6	1,142285	-0,01093	0,000119
6	1,142285	-0,00709	5,03E-05
313,5814	75,16	3,22E-15	0,007052

Середня квадратична похибка одиниці ваги

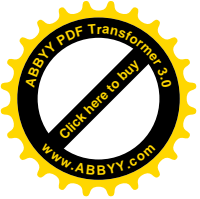
$$\mu = 0,01011 \text{ м.}$$

Визначення функцією "ЛИНЕЙН"

77	a	b	Гтабл=	3,129644
78	0,052858	0,825136	a	b
79	0,001095	0,004983	m(a)	m(b)
80	0,971243	0,01011	R^2	μ
81	2330,386	69	Fкритерій	n-m-1
82	0,238188	0,007052	(Y'-Ycp)^2	[VV]
83	48,27407	165,6011	t(0,05;69)=	1,994945
84	t(a)	t(b)		
85	AO	AP	AQ	AR

Таким чином, ми отримали формулу

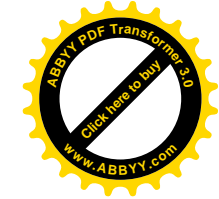
$$Y = 0.052858X + 0.82136 \quad (4.9)$$



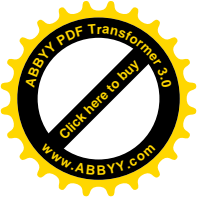
4.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Таблиця 16. Вихідна матриця $X(AW3:AX73)$

X0	Вік(років)X
1	2
1	2,0833
1	2,4166
1	2,5
1	2,5
1	2,6666
1	2,75
1	2,75
1	2,8333
1	2,8333
1	2,9166
1	3,0833
1	3,25
1	3,3333
1	3,3333
1	3,4166
1	3,5
1	3,5833
1	3,5833
1	3,6666
1	3,75
1	3,75
1	3,9166
1	4
1	4
1	4
1	4



1	4,0833
1	4,1666
1	4,25
1	4,3333
1	4,4166
1	4,5
1	4,5
1	4,5
1	4,5833
1	4,6666
1	5
1	5
1	5
1	5
1	5
1	5
1	5,0833
1	5,0833
1	5,08333
1	5,1666
1	5,1666
1	5,1666
1	5,25
1	5,25
1	5,25
1	5,25
1	5,25
1	5,3333
1	5,3333
1	5,3333
1	5,4166
1	5,4166
1	5,4166
1	5,5
1	5,5
1	5,5
1	5,5833



1	5,6666
1	5,6666
1	5,6666
1	5,9166
1	5,9166
1	6
1	6
1	6
71	313,5814

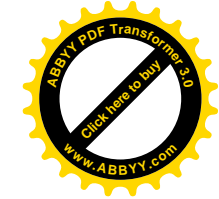
Допоміжна матриця $Q'=Q*X$ розраховується за формулою

$$=МУМНОЖ(AW3:AX73;AV86:AW87), \quad (4.2.1)$$

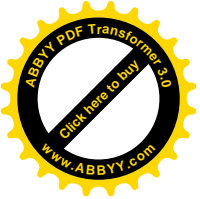
де обернена матриця Q лежить в діапазоні (AV86: AW87)

Таблиця 17. Допоміжна матриця Q' див.форм.(1.1.11)

Допоміжна матриця	
$Q'=Q*X$	
0,139286	-0,02835
0,134971	-0,02737
0,117703	-0,02346
0,113382	-0,02248
0,113382	-0,02248
0,104751	-0,02053
0,10043	-0,01955
0,10043	-0,01955
0,096115	-0,01857
0,096115	-0,01857
0,091799	-0,0176
0,083162	-0,01564
0,074526	-0,01368



0,07021	-0,01271
0,07021	-0,01271
0,065895	-0,01173
0,061574	-0,01075
0,057258	-0,00978
0,057258	-0,00978
0,052943	-0,0088
0,048622	-0,00782
0,048622	-0,00782
0,039991	-0,00587
0,03567	-0,00489
0,03567	-0,00489
0,03567	-0,00489
0,03567	-0,00489
0,031354	-0,00391
0,027039	-0,00293
0,022718	-0,00195
0,018402	-0,00098
0,014087	-4,7E-07
0,009766	0,000978
0,009766	0,000978
0,009766	0,000978
0,00545	0,001955
0,001135	0,002932
-0,01614	0,006843
-0,01614	0,006843
-0,01614	0,006843
-0,01614	0,006843
-0,01614	0,006843
-0,02045	0,00782
-0,02045	0,00782
-0,02046	0,00782
-0,02477	0,008797
-0,02477	0,008797
-0,02477	0,008797
-0,02909	0,009776
-0,02909	0,009776



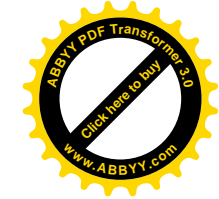
-0,02909	0,009776
-0,02909	0,009776
-0,02909	0,009776
-0,03341	0,010753
-0,03341	0,010753
-0,03341	0,010753
-0,03772	0,011173
-0,03772	0,011173
-0,03772	0,011173
-0,04204	0,012708
-0,04204	0,012708
-0,04204	0,012708
-0,04636	0,013685
-0,05067	0,014662
-0,05067	0,014662
-0,05067	0,014662
-0,06363	0,017595
-0,06363	0,017595
-0,06795	0,018573
-0,06795	0,018573
-0,06795	0,018573

Розрахунок обернених ваг зрівноваженої функції

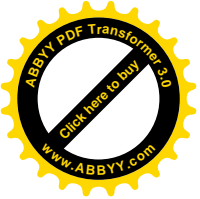
$$=AZ3*AW3+BA3*AX3 \quad (4.2.2)$$

Таблиця 18. Розрахунок обернених ваг зрівноваженої функції

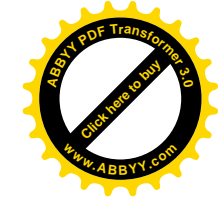
$1/P=X_{тр} * Q'$
0,082591



0,077949
0,061007
0,057176
0,057176
0,05001
0,046667
0,046667
0,043492
0,043492
0,040479
0,034938
0,03005
0,027851
0,027851
0,025816
0,023941
0,022231
0,022231
0,020683
0,019298
0,019298
0,017018
0,016121
0,016121
0,016121
0,016121
0,015388
0,014818
0,01441
0,014166
0,014085
0,014166
0,014166
0,014166
0,01441
0,014817



0,018076
0,018076
0,018076
0,018076
0,018076
0,019298
0,019298
0,019298
0,020682
0,020682
0,020682
0,022231
0,022231
0,022231
0,022231
0,022231
0,022231
0,023941
0,023941
0,023941
0,023941
0,025814
0,025814
0,025814
0,027852
0,027852
0,027852
0,03005
0,032412
0,032412
0,032412
0,040476
0,040476
0,043493
0,043493
0,043493

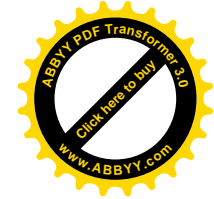
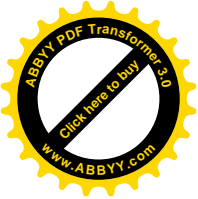


Розрахунок за формулою

$$\sigma_{y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{y'}}}. \quad (1.1.13)$$

Таблиця 19. Розрахунок в матричній формі

m(f)
0,002874
0,002792
0,00247
0,002391
0,002391
0,002236
0,00216
0,00216
0,002085
0,002085
0,002012
0,001869
0,001733
0,001669
0,001669
0,001607
0,001547
0,001491
0,001491
0,001438
0,001389
0,001389
0,001304
0,00127
0,00127



0,00127
0,00127
0,00124
0,001217
0,0012
0,00119
0,001187
0,00119
0,00119
0,00119
0,0012
0,001217
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344
0,001389
0,001389
0,001389
0,001438
0,001438
0,001438
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001547
0,001547
0,001547
0,001607
0,001607
0,001607
0,001669
0,001669

0,001669
0,001733
0,0018
0,0018
0,0018
0,002012
0,002012
0,002085
0,002085

Контрольна формула при апроксимації поліномом першого степеня

$$Y = a + bX \quad (1.1.14)$$

буде

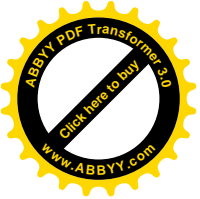
$$m_{\varphi} = \sqrt{m_b^2 \left[X_{сн.} - \frac{1}{n} \sum X \right]^2 + \mu^2 / n.} \quad (1.1.15)$$

Комп'ютерна формула

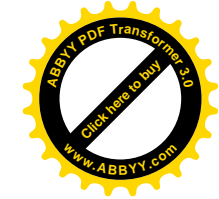
$$=(((SAW\$104)^2)*(AX3-SAX\$74/SAW\$74)^2+(SAU\$76)^2/SAW\$74)^{0,5} \quad (4.2.3)$$

Таблиця 20.Контрольний розрахунок

m(f)'
0,002874
0,002792
0,00247
0,002391
0,002391

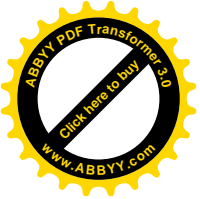


0,002236
0,00216
0,00216
0,002085
0,002085
0,002012
0,001869
0,001733
0,001669
0,001669
0,001607
0,001547
0,001491
0,001491
0,001438
0,001389
0,001389
0,001304
0,00127
0,00127
0,00127
0,00127
0,00124
0,001217
0,0012
0,00119
0,001187
0,00119
0,00119
0,00119
0,0012
0,001217
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344



0,001344
0,001389
0,001389
0,001389
0,001438
0,001438
0,001438
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001547
0,001547
0,001547
0,001607
0,001607
0,001607
0,001669
0,001669
0,001669
0,001733
0,0018
0,0018
0,0018
0,002012
0,002012
0,002085
0,002085
0,002085

Повторний контроль за формулою

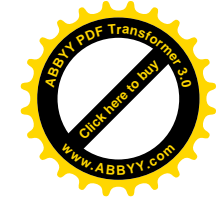


$$m_{\varphi} = m_{\gamma} = \sqrt{m_a^2(X)^2 + m_b^2(X0)^2 + 2\mu^2 Q_{12} X}. \quad (1.1.16)$$

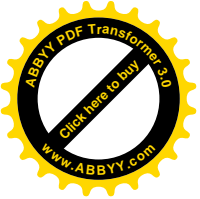
$$= (\text{SAOS}79^2 * \text{AR3}^2 + \text{SAPS}79^2 * \text{AW3}^2 + 2 * \text{SAUS}76^2 * \text{SAVS}87 * \text{AX3})^{0,5} \quad (4.2.4)$$

Таблица 21. Повторний розрахунок за (1.1.16)

Контроль
m(f)"
0,002874
0,002792
0,00247
0,002391
0,002391
0,002236
0,00216
0,00216
0,002085
0,002085
0,002012
0,001869
0,001733
0,001669
0,001669
0,001607
0,001547
0,001491
0,001491
0,001438
0,001389
0,001389
0,001304
0,00127
0,00127
0,00127



0,00127
0,00124
0,001217
0,0012
0,00119
0,001187
0,00119
0,00119
0,00119
0,0012
0,001217
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344
0,001344
0,001389
0,001389
0,001389
0,001438
0,001438
0,001438
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001491
0,001547
0,001547
0,001547
0,001607
0,001607
0,001607
0,001669
0,001669
0,001669



0,001733
0,0018
0,0018
0,0018
0,002012
0,002012
0,002085
0,002085
0,002085

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр}$ $3,130 < 2276,612$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a $t(a)=47,714$, що більше $1,995$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b $t(b)=165,5348$.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu=0,0101$ м.

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів:

$m(a)=0,001098$; $m(b)=0,004997$.

6. За результатами досліджень нами отримана формула

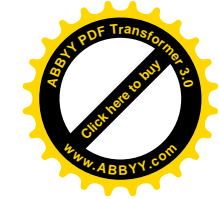
$$Y = 0.052395X + 0,82718, \quad (4.9)$$

де Y - ріст (метри); X - вік (роки).

7. Коефіцієнт кореляції $r = R=0.985$, що говорить про високий зв'язок між X і Y .

8. При точності виміру росту дітей в 1 см забезпечується повна адекватність моделі експериментальним даним.

9. Так як для фактичної моделі $\mu=0,045$ м, а для імітаційної моделі $\mu=0,010$ м, що говорить про наявність відхилення в розвитку деяких дітей від норми



ЗАКЛЮЧЕННЯ

На основі проведених досліджень нами встановлено:

1. Побудована і досліджена математична модель залежності росту дитини X від віку Y (пряма задача) на основі даних антропометричних досліджень дитячого дошкільного навчального закладу «Барвінок» Рівненської області Рокитнівського району с. Карпилівки поліномом першого степеня

$$Y = 11.88916X - 8.16913, \quad (2.2.1)$$

2. Побудована і досліджена математична модель залежності росту дитини Y від віку X (обернена задача) поліномом першого степеня

$$Y = 0.052111X + 0,82843379, \quad (3.1.1)$$

3. Побудована і досліджена математична модель залежності росту дитини Y від віку X (обернена задача) поліномом другого степеня

$$Y = -0.01077X^2 + 0,141668X + 0.656009, \quad (3.2.2)$$

4. Побудована і досліджена імітаційна математична модель залежності росту дитини Y від віку X (обернена задача) поліномом першого степеня

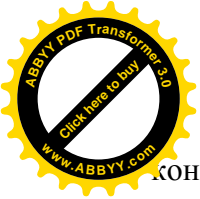
$$Y = 0.052858X + 0.82136 \quad (4.9)$$

$$Y = 0.052858X + 0,82136, \quad (4.9)$$

5. Встановлено: При вимірі росту дітей з точністю в 1 см, забезпечується повна адекватність моделі експериментальним даним.

6. Так як для фактичної моделі $\mu=0,044$ м, а для імітаційної моделі $\mu=0,0101$ м, що говорить про наявність відхилення в розвитку деяких дітей від норми

7. На основі проведених досліджень появляється можливість встановлювати нормальний розвиток

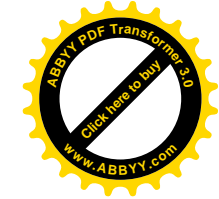


конкретної дитини для даного регіону, прогнозувати цей розвиток і, при необхідності, корегувати його

8. Нормальний розвиток дитини залежить від конкретної географічної прив'язки (широти, довготи).

ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. Бернацька О.М., Тимчук О.С. Побудова математичної моделі залежності росту дитини від віку і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ППП 81-14. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2008,- 32 с.
2. Бугір М.К. Математика для економістів. Посібник.- К.: Видавничий центр «Академія», 2003,- 520 с.
3. Бура І.В. Дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ГБ 41-14. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.
4. Валецький О.О., Джунь Й.В. Методи створення послідовностей рівномірно розподілених випадкових чисел та їх застосування. // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МEGУ. Рівне: Тетіс, 2008,- с.66-69.
5. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про одну невідому особливість числа π . // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МEGУ. Рівне: Тетіс, 2008,- с.59-65.
6. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про нову, невідому властивість числа π . // Тези доповіді на X Міжнародній конференції «Економічні та гуманітарні проблеми розвитку суспільства у III тисячолітті». Рівне 3-5.10.2007 р.



7. Джунь А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ДА-50. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.

8. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам і программам на мові БЕЙСИК для персональних ЕВМ.-М. Наука, 1989,-240 с.

9. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования.-М.: Наука, 1976,- 319 с.

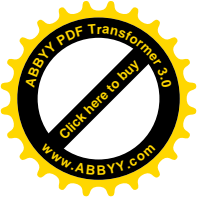
10. Корнілова Н.Ф., Драпко Д.О. Побудова математичної моделі залежності ваги дитини від віку і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП81-14. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.

11. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Частина 1. Побудова істинної моделі. МEGУ, Рівне, 2006,-45 с.

12. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Істинна модель. Апроксимація поліномом першого степеня. МEGУ, Рівне,- 2009,- 32 с.

13. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження економіко-математичної моделі поліномом m -го порядку. Вісник МEGУ. Збірник наукових праць. Серія: Системні науки та кібернетика. Випуск 1. МEGУ, Рівне, 2009.- с.41-51.

14. Літнарівич Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Частина 2. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007.- 110 с.



15. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МЕНУ, Рівне, 2009.-127с.

16. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2. МЕНУ, Рівне, 2009.-36с.

17. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Онтодидактика поліноміальної апроксимації. Частина 3. МЕНУ, Рівне, 2009.-32с.

18. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. Частина 4. МЕНУ, Рівне, 2009.-43с.

19. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Теоретико-методологічні основи побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи. Частина 5. МЕНУ, Рівне, 2009.-100с.

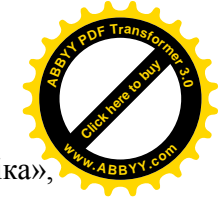
20. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Модель пункту GPS спостережень. Частина 6. МЕНУ, Рівне, 2009.-104с.

21. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPS спостережень. Інженерна геодезія. Вип. 50, К.:КНУБА, 2004,-с.125...134.

22. Літнарівич Р.М. Основи космічної геодезії.Лабораторний практикум . ЧДІЕіУ, Чернігів, 2002.-90 с.

23. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. Перехід від геодезичних координат загально земного еліпсоїда до плоских конформних Гаусса-Крюгера.Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування.-Європейський досвід. ЧДІЕіУ, Чернігів, 2005,-с.44...49.

24. Методичні вказівки до лабораторної роботи на тему:”Визначення координат пункту за вимірними псевдо відстанями , отриманими із GPS спостережень” для студентів всіх спеціальностей геодезичного факультету Державного університету «Львівська політехніка» /укладення



А.Т.Дульцев, І.М.Цюпак.-Львів: ДУ «Львівська політехніка», 1977,- 20 с.

25.Ромакін М.И. Математический аппарат оптимизационных задач.-М.:Статистика, 1975,112 с.

26. Ржевский С.В.,Александрова В.М. Дослідження операцій. Підручник.- К.:” Академвидав“, 2006,-560 с.

27. Программирование, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык Фортран. Учебн. Пособие для вузов/И.А.Кудряшов,Н.Х.Кушнер, Л.В. Петрова,Н.А.Сиров; Под ред.И.А.Кудряшева.-Л.:Энергоатомиздат,1988,-208 с.

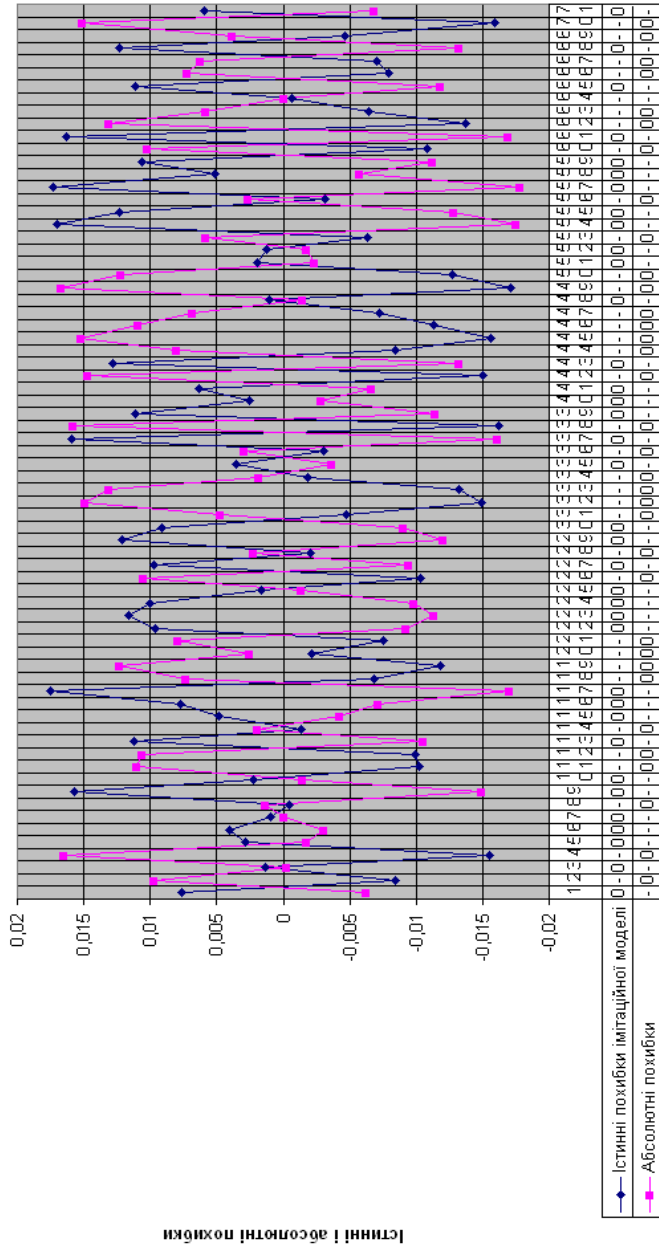
28. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений: пер. с нем. – М.: Энергоатомиздат, 1988,-88 с.

29.ТолбатовЮ.А.Економетрика.Тернопіль.Видавництво «Підручники і посібники »,2008,-288 с.

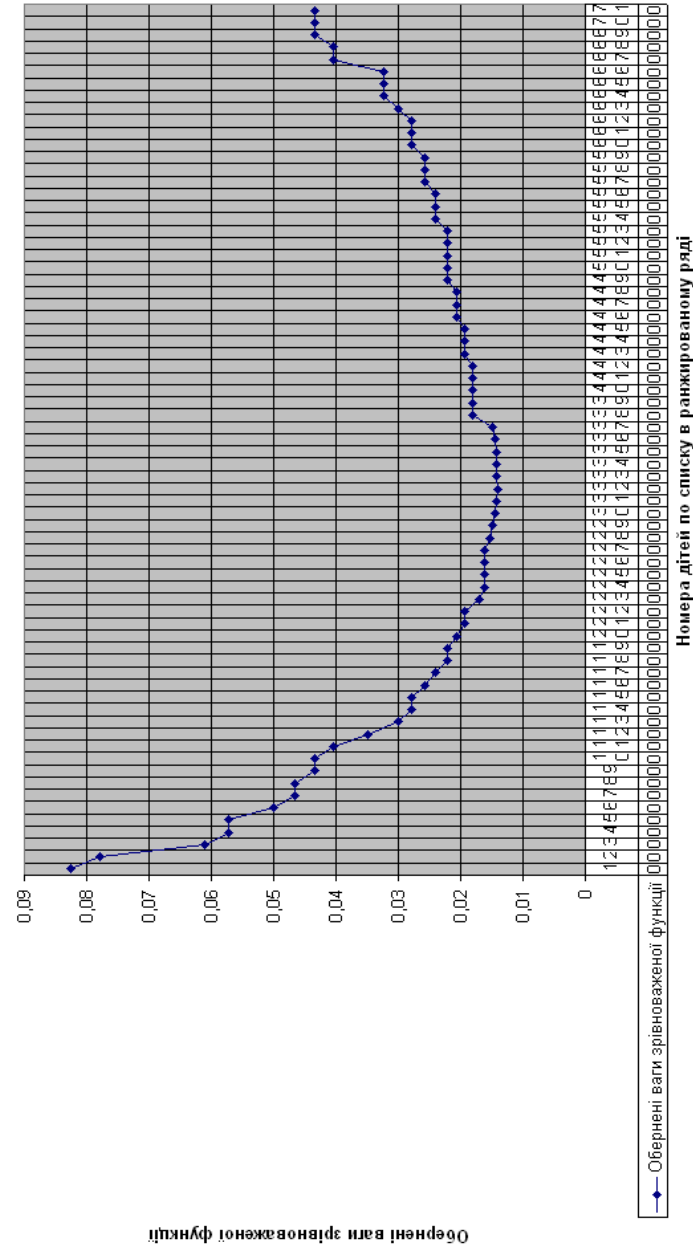
30. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі пункту GPS спостережень методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ДА – 50. МЕНУ, Рівне, 2010, - 112 с.

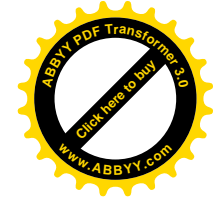
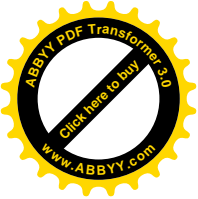
ДОДАТКИ

Істинні і абсолютні похибки імітаційної моделі

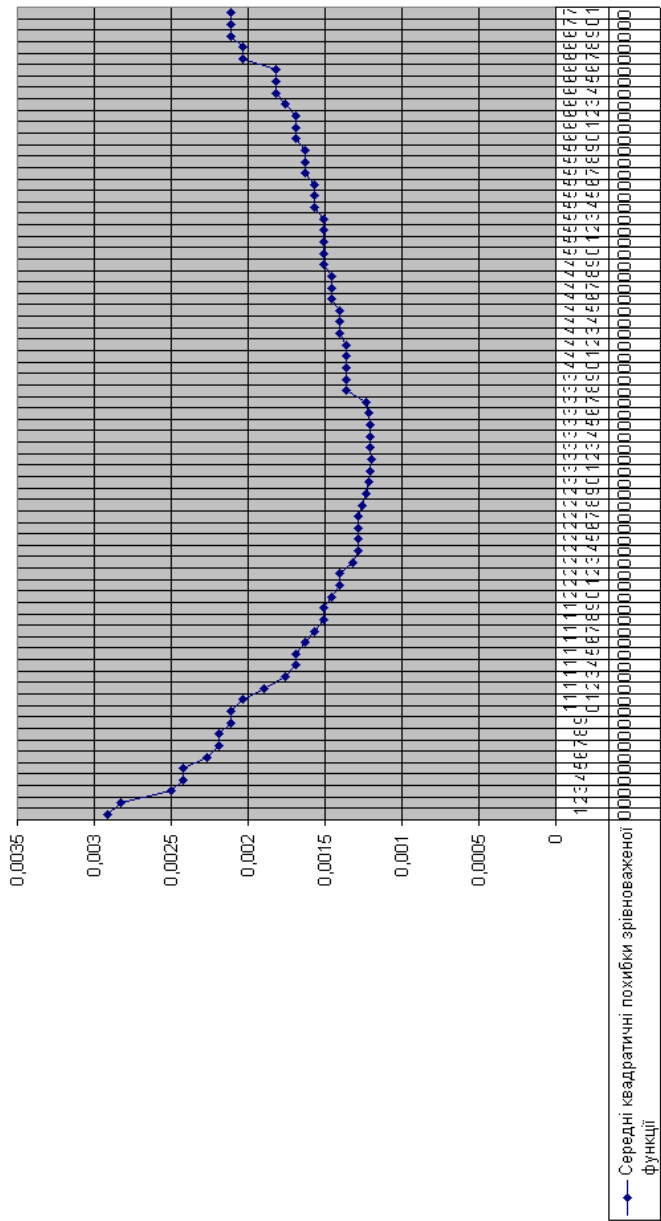


Обернені ваги зрівноваженої функції





Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції



Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

Р.М.ЛІТНАРОВИЧ

**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

ЗАЛЕЖНІСТЬ РОСТУ ДІТЕЙ ВІД ВІКУ

ЧАСТИНА 8

Наукове видання

Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн
в редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р.М.
Літнарвич

Міжнародний економіко-гуманітарний університет

ім.акад. Степана Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання

33027,м.Рівне,Україна

Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1

Телефон:(+00380) 362 23-73-09

Факс:(+00380) 362 23-01-86

E-mail:mail@regi.rovno.ua